Physikalische Einheiten für Festkörperphysiker

Roland Winkler

nanostrukturen
uni hannover

SI-Einheiten

- SI-Basiseinheiten: kg, m, s, etc.
- abgeleitete Einheiten : $1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{m}^2\,\mathrm{kg}/\mathrm{s}^2$

Naturkonstanten

$$
\begin{aligned}
m_e &= 9.109 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg} \\
\hbar &= 1.056 \times 10^{-34}\ \mathrm{kg\,m^2/s} \\
e &= 1.602 \times 10^{-19}\ \mathrm{A\,s} \\
\epsilon_0 &= 8.854 \times 10^{-12}\ \mathrm{A^2\,s^4/kg\,m^3} \\
k_\mathrm{B} &= 1.381 \times 10^{-23}\ \mathrm{J/K}
\end{aligned}
$$

Problem

- Ergebnisse in SI-Einheiten schwer zu interpretieren
- Zahlenwerte bei Rechnungen in SI-Einheiten sehr klein / groß
  $\Rightarrow$ numerisch instabil (underflow / overflow)

besser und anschaulicher: Zahlenwerte von Größenordnung 1

Relevante Größenskalen

Länge:	1 nm	$=$	10^{-9} m
	(1 Å	$=$	10^{-10} m)
Zeit:	1 fs	$=$	10^{-15} s
Energie:	1 eV	$=$	1.602×10^{-19} J

effektive Masse m^*: Vielfache von $m_e = 9.109 \times 10^{-31}$ kg

$$\Rightarrow \qquad \frac{m^*}{m_e} = \text{dimensionslose Zahl}$$

Magnetfeld	1 T
Temperatur	1 K

Ziel: Drücke alle Größen durch *diese* Einheiten aus!

Schrödinger-Gleichung

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*}\nabla^2 \quad + \quad V\,(\mathbf{r}) \right] \quad \psi\,(\mathbf{r}) \quad = \quad E\,\psi\,(\mathbf{r})$$

Zahl $\dfrac{m^*}{m_e}$ Energie in eV Länge in nm

$\Rightarrow$ Brauche $\boxed{\beta = \dfrac{\hbar^2}{2m_0} = 0.03810\ \mathrm{eV\,nm^2}}$

$$= 6.104 \times 10^{-39}\ \mathrm{J\,m^2}$$

Poisson-Gleichung

$$\nabla^2 \, \Phi \quad = \quad - \, \frac{\rho}{\epsilon\epsilon_0}$$

$$\begin{aligned} V \quad &= \quad - \, e \, \Phi \quad [\mathrm{eV}] \\ \rho \quad &= \quad - \, e \, N \end{aligned}$$

Der Konsistenz halber:
Ladungsdichte N in [nm^{-3}]
1 cm^{-3} = 10^{-21} nm^{-3}
$\Rightarrow$ N von Größenordnung 1!

$$\boxed{\nabla^2 \, V \quad = \quad - \, \frac{e^2}{\epsilon\epsilon_0} \, N}$$

$\Rightarrow$ Brauche $\alpha = \dfrac{e^2}{\epsilon_0} = 18.09\ \mathrm{eV\,nm}$ $= 2.900 \times 10^{-27}\ \mathrm{J\,m}$

Magnetfeld

- Magnetische Länge $\ell = \sqrt{\frac{\hbar}{e\,B}} \equiv \frac{\lambda}{\sqrt{B}}$

$$\boxed{\lambda = \sqrt{\frac{\hbar}{e}} = 25.65\ \mathrm{nm}\,\sqrt{\mathrm{T}}} = 2.565 \times 10^{-8}\ \mathrm{m}\,\sqrt{\mathrm{T}}$$

- Entartung der Landau-Niveaus (2D) $g = \frac{e\,B}{2\pi\,\hbar}$

$$\boxed{\frac{e}{2\pi\,\hbar} = \frac{1}{2\pi\,\lambda^2} = 2.418 \times 10^{-4}\ \mathrm{T}^{-1}\,\mathrm{nm}^{-2}} = 2.418 \times 10^{14}\ \mathrm{T}^{-1}\,\mathrm{m}^{-2}$$

- Zeeman-Energie $E_z = g^* \mu_\mathrm{B} B$ mit Bohr-Magneton $\mu_\mathrm{B} = \frac{e\,\hbar}{2m_0}$

$$\boxed{\mu_\mathrm{B} = \frac{e}{\hbar}\,\frac{\hbar^2}{2m_0} = \frac{\beta}{\lambda^2} = 5.789 \times 10^{-5}\ \mathrm{eV/T}} = 9.274 \times 10^{-24}\ \mathrm{J/T}$$

Weitere Größen

$\hbar$	$= 0.6582\ \mathrm{eV\,fs}$	$= 1.056 \times 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}$
k_B	$= 8.617 \times 10^{-5}\ \mathrm{eV/K}$	$= 1.381 \times 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$
$\dfrac{e^2}{4\pi\,\epsilon_0\,\hbar c}$	$= \dfrac{1}{137}$	$= 7.300 \times 10^{-3}$

Literatur: Ashcroft und Mermin, *Solid State Physics*
(Innenseite hinterer Buchdeckel)